



# AVALIAÇÃO DA IMPRECISÃO ODOMÉTRICA EM ROBÔS MÓVEIS CONSIDERANDO AS INCERTEZAS ASSOCIADAS AO PROCESSO DE FABRICAÇÃO

Flávio de Aguiar Chagas<sup>1</sup>, Elyson A. N. Carvalho<sup>1,2</sup>, Eduardo O. Freire<sup>1</sup>, Jugurta R. Montalvão Filho<sup>1</sup> e Raimundo C. S. Freire<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Núcleo de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Sergipe – NEL/UFS, São Cristóvão-SE, Brasil, flavio.chagas@yahoo.com.br; ecarvalho@ufs.br; efreire@ufs.br; jmontalvao@ufs.br

<sup>2</sup> Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande – DEE/UFCG, Brasil, rcsfreire@dee.ufcg.edu.br

**Resumo:** Neste artigo é proposto um método para avaliar a precisão e a exatidão da odometria de um robô móvel baseado nos erros inerentes ao seu processo de fabricação. Este método consiste na modelagem da estrutura mecânica empregada, e na utilização dos conceitos da teoria de propagação de incerteza.

**Palavras chave:** robôs móveis, modelagem, propagação de incerteza.

**Abstract:** In this paper, a method to evaluate the accuracy and exactness of the dead-reckoning of a mobile robot, based on the inherent errors of its manufacturing process, is proposed. This method consists in modeling the mechanical structure of the mobile robot, and in the use of concepts from the uncertainty propagation theory.

**Keywords:** mobile robots, modeling, uncertainty propagation.

## 1. INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico, aliado à busca por produtividade e qualidade do setor industrial, motivou o desenvolvimento de sistemas com maior precisão e exatidão. Essas características estão intimamente ligadas aos aspectos metrológicos do processo de fabricação, transporte, armazenamento e distribuição dos produtos. Particularmente, a precisão dos robôs móveis é quase que totalmente determinada pelo processo de fabricação dos mesmos. Porém, após vasta busca, não foram encontrados trabalhos que realizem uma análise a respeito da imprecisão da odometria de um robô móvel em função das imprecisões associadas ao seu processo de fabricação, o que representa um paradoxo frente ao grau de precisão e exatidão das tarefas para as quais se utilizam robôs atualmente.

O desenvolvimento dos robôs foi estimulado quase que totalmente pelo crescimento industrial, onde surgiu a

necessidade do aumento da produtividade, da qualidade dos produtos e ainda, a elevação dos lucros. Assim os robôs passaram a auxiliar o homem em tarefas importantes, onde se procura alta precisão, exatidão, velocidade e segurança.

Os erros proporcionados pelas imperfeições no processo de fabricação de robôs são amplamente abordados em pesquisas científicas, como em [1] e [2], onde novos métodos de minimização destes erros são apresentados.

A necessidade da modelagem de imprecisões de robôs móveis pode ser observada mesmo nos casos onde se emprega algum tipo de correção dos erros causados por estas imprecisões. Um exemplo disso pode ser observado em um robô móvel dotado de um controle realimentado para corrigir a velocidade angular de seu motor. Tal abordagem pode amenizar os erros provocados pela inércia e zona morta desse motor, porém, ainda é preciso conhecer a imprecisão dos raios das rodas do robô, uma vez que esse tipo de estrutura não é capaz de corrigir erros deste tipo.

Propõe-se neste trabalho que a partir da modelagem matemática de um robô móvel, seja possível determinar a precisão de sua odometria utilizando apenas o conceito da propagação de incertezas, apresentado em [3].

## 2. ABORDAGEM PROPOSTA

Nesta seção será detalhado todo o desenvolvimento das equações de incertezas das velocidades de um robô, com estrutura semelhante à adotada.

A construção das equações de incertezas de um robô, pelo método proposto, é baseada no conceito da propagação da incerteza, ou seja, a estimação da incerteza de uma grandeza  $z$ , que é função de outras variáveis  $x_1, x_2, x_3, \dots$ , das quais se conhece suas respectivas incertezas  $\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}, \sigma_{x_3}, \dots$ . Assim, pode-se obter a incerteza da grandeza  $z$  a partir da relação descrita na equação 1.

$$z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n),$$

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \sigma_{x_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial z}{\partial x_n} \sigma_{x_n}\right)^2} \quad (1)$$

Para a escolha da estrutura de robô móvel para ser analisada nesse trabalho, foi adotado, como aspecto principal, o seu amplo uso literário. Após ampla pesquisa na área, verificou-se que os robôs dotados de rodas e tração diferencial são os mais utilizados atualmente. Para a determinação do posicionamento das rodas verificou-se que a estrutura amplamente modelada é a do tipo *unicycle*, como é mostrado na figura 1(a), isto é, uma estrutura que possui duas rodas, tracionadas diferencialmente, posicionadas no centro do robô e ainda duas rodas livres, que servem apenas para sustentação. Embora, seja observado que os robôs são amplamente modelados na estrutura *unicycle*, nota-se que são frequentemente montados conforme a figura 1(b), ou seja, com duas rodas também diferenciais, localizadas na parte dianteira do robô, e apenas uma roda livre, como em [5]. A simplicidade da modelagem que o modelo *unicycle* possui é um dos motivos para que esta simplificação ocorra, contudo, este tipo de simplificação pode afetar significativamente a análise da precisão dessa estrutura. Por essa razão foi escolhido a estrutura da figura 1(b), que representa um robô tipo *unicycle*, porém modificado, como a configuração a ser usada na análise que será realizada nesse trabalho.

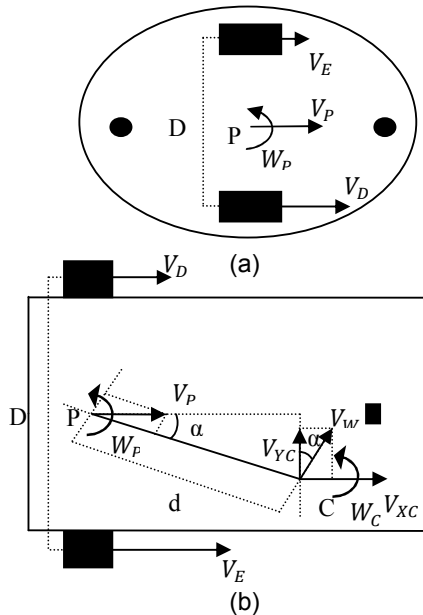


Figura 1. Principais estruturas de robôs Móveis com tração diferencial e suas respectivas distribuições vetoriais: (a) Tipo Unicycle (b) Tipo Unicycle Modificado.

Na Fig. 1 são ilustradas uma ilustração as principais configurações de robôs utilizadas atualmente. Também são indicados pontos e variáveis importantes. Sendo P o ponto médio entre as rodas, pode-se dizer que é o ponto de atuação das velocidades linear e angular do robô e o ponto C o centro de gravidade. As velocidades foram denominadas de  $V_P$  a velocidade linear em P, de  $W_P$  a velocidade angular em P, de  $V_{XC}$  a componente do eixo x da velocidade linear em C, de  $V_{YC}$  a componente do eixo y da velocidade linear em

C, de  $W_C$  a velocidade angular em C, sendo que  $V_W$  representa o efeito que a velocidade angular de P produz em C. Já os parâmetros do robô construído foram denominados de D a distância entre as rodas, d a distância entre os pontos P e C e  $\alpha$  como sendo o ângulo de desvio entre os mesmos.

Na Fig. 1(b), deve-se perceber um exagero no deslocamento e no ângulo de desvio entre os pontos P e C, descritos anteriormente. Este deslocamento e desvio foram acentuados de modo a facilitar o entendimento e a melhor visualização da figura.

Para modelagem do sistema foram observados primeiramente os vetores de velocidade produzidos pela movimentação da roda direita e esquerda, como se pode observar na Fig. 1(b), assim percebe-se que as velocidades no ponto P podem ser descritas como:

$$V_P = \frac{V_D + V_E}{2} \quad (2)$$

$$W_P = \frac{V_D - V_E}{D} \quad (3)$$

Já com as equações (2) e (3) definidas, pode-se perceber que a utilização das velocidades  $V_P$  e  $W_P$  como variáveis na atuação de um controlador, introduz erros ao sistema, pois desse modo, considera-se que o centro de massa do corpo em questão está localizado no ponto P, ou seja, no ponto médio entre as rodas. A introdução deste tipo de erro pode ser observada em maiores detalhes em [6].

A partir dos vetores de velocidade em P, pode-se obter a velocidade correspondente em C, que é o centro de massa do sistema, portanto é o ponto que representa toda estrutura no plano xy. Primeiramente, observa-se que a velocidade linear e a velocidade angular não variam em todo o corpo do robô, contudo, é perceptível que a componente angular produz uma velocidade linear em C, a qual se denominou  $V_W$ , sendo esta, perpendicular à linha que liga o ponto P ao C e proporcional a distância entre os mesmos, que aqui foi denominada de d. Com estes conceitos pode-se obter as equações (4), (5) e (6), onde estas representam o comportamento das velocidades do robô em seu centro de massa. O ângulo  $\alpha$  inserido nesta modelagem representa o desvio angular entre o centro de massa e o ponto médio entre as rodas. Na prática este parâmetro é bastante próximo a zero em robótica, como em [6], porém a geração de erros proveniente deste parâmetro é uma realidade, portanto, deve-se considerá-la, já que se busca uma modelagem tão precisa quanto possível.

$$V_{XC} = V_P + W_P d \sin(\alpha) \quad (4)$$

$$V_{YC} = W_P d \cos(\alpha) \quad (5)$$

$$W_C = W_P \quad (6)$$

Para estimar os valores das incertezas das velocidades de um robô, com características semelhantes ao apresentado, foram consideradas as variáveis  $V_D$ ,  $V_E$ , D, d e  $\alpha$  como variáveis causadoras de incerteza, sendo assim aplicáveis ao método de propagação de incerteza. As incertezas  $\theta_{V_D}$ ,  $\theta_{V_E}$ ,  $\theta_D$ ,  $\theta_d$  e  $\theta_\alpha$  das equações (7), (8) e (9), representam

respectivamente as incertezas dos parâmetros  $V_D$ ,  $V_E$ ,  $D$ ,  $d$  e  $\alpha$ . Devido à dimensão das equações e ao elevado número de variáveis, optou-se pelo auxílio do *software Mathematica 5.2 for Students*, para o desenvolvimento das equações. Assim, a partir das equações (7), (8) e (9), pode-se observar o comportamento das incertezas de um robô móvel com características semelhantes ao apresentado.

As incertezas  $\theta_{V_D}$  e  $\theta_{V_E}$  podem ser estabelecidas, por exemplo, durante o processo de fabricação das rodas, utilizando a precisão da máquina onde as mesmas foram fabricadas. Desse modo, a incerteza da velocidade na roda se manifestará de maneira proporcional a imprecisão da máquina utilizada e a velocidade de giro do motor. As incertezas  $\theta_D$ ,  $\theta_\alpha$ , e  $\theta_d$  podem ser determinadas, por exemplo, através da metade da menor escala do instrumento utilizado para executar a medição, ou, se a medição for repetida várias vezes, a incerteza é dada pelo desvio padrão da medida.

Os outros parâmetros que envolvem a modelagem deste tipo de estrutura, como por exemplo, os motores e a roda livre, estão sendo estudados com o objetivo de determinar suas influências no sistema, assim, poderão ser incluídos na modelagem do robô.

Propõe-se neste trabalho que a partir das equações (7), (8) e (9) possa-se estimar a incerteza de operação de um robô móvel, com características semelhantes ao abordado neste projeto. Dessa forma, será possível informar o quão preciso e exato é o robô designado a executar uma determinada tarefa, analisando apenas o seu processo de fabricação.

### 3. FONTES CAUSADORAS DE INCERTEZAS

Assim como observado nas equações (7), (8) e (9), as imprecisões das velocidades do robô podem ser minimizadas ajustando alguns parâmetros de projeto do robô, como distância entre as rodas ou a posição do centro de massa. Porém, em muitos casos os parâmetros de projeto do robô não podem ser modificados, ou tem pouca margem de projeto. Nesses casos as incertezas do robô devem ser minimizadas considerando as incertezas do processo de fabricação.

Nesta seção, serão discutidas quais as principais fontes causadoras de incertezas, ou seja, quais as origens de erros nas ações de um dado robô.

#### 3.1. Incerteza de $\alpha$

A principal fonte de incertezas em relação a  $\alpha$ , provém da determinação do centro de massa, sendo que, normalmente, este ponto é estimado através da experiência do projetista. Assim, através de um cálculo mais preciso do centro de

massa será possível a minimizar os efeitos desta imprecisão.

A forma de fixação de elementos presentes no robô também é uma fonte de erros, pois variações posição destes resultarão em variações do centro de massa.

#### 3.2. Incerteza de $d$

Esta incerteza também possui como sua principal fonte, o desconhecimento do centro de massa por parte do projetista. Assim, para minimização desta incerteza também é necessária um cálculo preciso do posicionamento do centro de massa.

A estimação do centro de massa e a má fixação dos elementos de um robô ocasionam incertezas em duas variáveis no sistema, podendo assim levar o sistema a instabilidade, mesmo que, todos os outros processos de fabricação sejam realizados sem incertezas, ou seja, idealmente.

#### 3.3. Incerteza de $D$

A superfície de contato das rodas com o solo é outra fonte de incertezas importante. Em robôs sobrecarregados esta superfície pode ser aumentada, tornando o parâmetro  $D$  diferente do real. Assim, a escolha de rodas mais resistentes as deformações fará com que esta incerteza seja minimizada.

#### 3.4. Incerteza de $VD$ e $VE$

As diferenças entre os motores são a principal fonte causadora de incertezas nas velocidades. Pode-se verificar que mesmo motores de um mesmo fabricante e com as mesmas especificações giram a velocidades diferentes, quando a eles se aplica a mesma tensão. Para minimizar a influência desta fonte, aconselha-se a utilização de motores casados, ou seja, motores que pertencem ao mesmo lote, pois assim, garante-se que eles foram fabricados sob as mesmas condições.

Podem ser citadas ainda como fontes causadoras deste tipo de incerteza o desalinhamento das rodas, a diferença entre os diâmetros das rodas e a variação na carga das baterias, provocando assim velocidades imprecisas, ou seja, velocidades diferentes das nominais.

Além disso, a folga das engrenagens na caixa de redução ou defeitos mecânicos, bem como uma distribuição inadequada da massa no robô, podem ser fontes desse tipo de imprecisão.

## 4. CONCLUSÕES

O método proposto neste trabalho é baseado na teoria da propagação de incertezas, que neste caso foi usado para estimar as incertezas das velocidades atuantes em C, ou seja,

$$\theta_{V_{XC}} = \sqrt{\frac{d^2(V_D-V_E)^2 \cos^2 \alpha \theta_\alpha^2}{D^2} + \frac{(V_D-V_E)^2 \sin^2 \alpha \theta_d^2}{D^2} + \frac{d^2(V_D-V_E)^2 \sin^2 \alpha \theta_D^2}{D^4} + \left(\frac{1}{2} - \frac{d \sin \alpha}{D}\right)^2 \theta_{V_E}^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{d \sin \alpha}{D}\right)^2 \theta_{V_D}^2} \quad (7)$$

$$\theta_{V_{YC}} = \sqrt{\frac{d^2(V_D-V_E)^2 \sin^2 \alpha \theta_\alpha^2}{D^2} + \frac{(V_D-V_E)^2 \cos^2 \alpha \theta_d^2}{D^2} + \frac{d^2(V_D-V_E)^2 \cos^2 \alpha \theta_D^2}{D^4} + \frac{d^2 \cos^2 \alpha \theta_{V_E}^2}{D^2} + \frac{d^2 \cos^2 \alpha \theta_{V_D}^2}{D^2}} \quad (8)$$

$$\theta_{W_C} = \sqrt{\frac{(V_D-V_E)^2 \theta_D^2}{D^4} + \frac{\theta_{V_E}^2}{D^2} + \frac{\theta_{V_D}^2}{D^2}} \quad (9)$$

no centro de massa, através das variáveis envolvidas na sua modelagem e suas respectivas incertezas, sendo estas, provenientes do processo de fabricação.

A análise das equações (7), (8) e (9) permite perceber que as incertezas são inversamente proporcionais à distância  $D$ . Sendo assim, pode-se concluir que robôs construídos com maior distância entre as rodas são mais exatos e precisos. Conclui-se também que para os robôs que se movem apenas linearmente, ou seja, possuem  $V_D$  e  $V_E$  precisamente iguais, as incertezas de  $\theta_D$ ,  $\theta_d$  e  $\theta_a$ , passam a não influenciar na precisão do mesmo. Isso é um indicativo que em robôs pouco precisos podem funcionar melhor com sistemas de controle que visam minimizar a velocidade angular, como no caso de seguidores de corredores e seguidores de paredes.

Ainda a partir das equações (7), (8) e (9) pode-se observar que as incertezas de um robô móvel são diretamente associadas à sua estrutura. Por esta razão, foi desenvolvido um aplicativo capaz de calcular rapidamente as incertezas associadas à odometria de um robô móvel com uma determinada estrutura mecânica, a partir de informações sobre as incertezas associadas ao seu processo de fabricação. Assim, o usuário antes de construir seu próprio robô, pode estimar o quão preciso e exato o mesmo será, no que se diz respeito à odometria, e assim, decidir quais as alterações na estrutura, ou quais, os processos durante a fabricação devem ser melhorados, para que se possa alcançar a precisão e exatidão desejada.

O emprego deste método é simples e pode ser facilmente utilizado para estimar a incerteza de qualquer robô móvel, observando que para execução do método é necessário conhecimento das incertezas do processo de fabricação, uma modelagem do sistema e dos valores reais das variáveis envolvidas.

Atualmente está sendo desenvolvida uma *homepage*, de modo a hospedar um aplicativo que está sendo desenvolvido para realizar o cálculo das incertezas associadas à odometria de um robô móvel a partir de informações a respeito das incertezas associadas ao seu processo de fabricação. Porém, este aplicativo já está pronto, e pode ser requerido desde já, através do envio de um e-mail a um dos autores.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. Borenstein and L. Feng. UMBmark—A method for measuring, comparing and correcting dead-reckoning errors in mobile robots. Dec. 1994.
- [2] Kok Seng Chong; Kleeman, L. Accurate odometry and error modelling for a mobile robot. Robotics and Automation, 1997. Proceedings., 1997 IEEE International Conference on., USA: 1997.
- [3] Kirkup, L. and Frenkel, R. B. An Introduction to Uncertainty in Measurement Using the GUM. E-book - Cambridge University Press, New York, 2006.
- [4] Jones, J. L. Seiger, B. A.; Flynn, A. M. Mobile Robots: Inspiration to Implementation. Massachusetts, A K Peters,

1999.

- [5] Otacílio da Mota Martins; Francisco Vanier de Andrade. Controle de Trajetória de Robôs Móveis: Implementação Por Redes Neurais, 8º Conferência Internacional de Aplicações Industriais – Poços de Caldas- MG, 2008.
- [6] Felipe Nascimento Martins; Ricardo Carelli; Mário Sarcinelli Filho; Teodiano Freire Bastos Filho. A Dynamic Model and a Tracking Controller for Unicycle-Like Mobile Robots, 16º Congresso Brasileiro de Automática – XVII CBA. Juiz de Fora - MG, 2008.