



Determinação da Energia Cinética de Projéteis Disparados por Brinquedos Utilizando Sensores Ópticos

Karlo Homero Ferreira Santos¹, Alex Ivan da Silva Maia², Marcelo de Moraes Steinhagen³

¹ Fundação Centro de Análise, Pesquisa e Inovação Tecnológica, Manaus-AM, Brasil, karlo.homero@fucapi.br

² Fundação Centro de Análise, Pesquisa e Inovação Tecnológica, Manaus-AM, Brasil, alex.maia@fucapi.br

³ Fundação Centro de Análise, Pesquisa e Inovação Tecnológica, Manaus-AM, Brasil, marcelo.steinhagen@fucapi.br

Resumo: Neste trabalho, é apresentado um procedimento de determinação da energia cinética de projéteis disparados por brinquedos, de acordo com a Norma ABNT/NBR/NM/300-1 - propriedades gerais, mecânicas e físicas [1], utilizando sensores de passagem por infravermelho e cronômetro.

Palavras chave: energia cinética, brinquedos, projéteis.

1. INTRODUÇÃO

Na determinação da energia cinética final de um projétil disparado por um brinquedo, é muito importante se obter a velocidade final com erro de exatidão e precisão minimizados. Por exemplo, em procedimentos onde a velocidade final é calculada a partir do tempo decorrido, o qual é medido com o auxílio de um cronômetro de mão, a energia cinética final é calculada com erro de exatidão maior, em virtude do reflexo do operador. Da mesma forma, há outros métodos onde a velocidade final é obtida com erro de precisão maior, como por exemplo, através da medição do alcance e do ângulo de disparo de um movimento oblíquo. Neste caso, quanto maiores forem as quantidades de fonte de erro, maior será o erro de precisão.

2. OBJETIVO

Neste trabalho, é mostrado um procedimento no qual a energia cinética final de um projétil disparado por um brinquedo é calculada em um cenário que possui uma quantidade mínima de fontes de erro de exatidão e precisão. Além do mais, comprova-se que o método de obtenção da velocidade final em questão possibilita o cálculo da energia cinética final com incerteza relativa inferior do que a energia cinética final calculada a partir do método baseado em um movimento oblíquo.

A seção Métodos descreve o procedimento utilizado para o cálculo da energia cinética, através de equações e de suas incertezas propagadas. A seção Resultados mostra que o referido método possui uma incerteza menor que um método baseado em movimento oblíquo. A seção Discussão mostra as limitações deste método, confrontando as fontes de erro dos métodos citados. Finalmente, a seção Conclusões faz uma análise dos resultados obtidos para o valor da energia cinética, analisando a influência das principais limitações do

método proposto, além de mostrar as vantagens deste método em relação ao método baseado em movimento oblíquo.

3. MÉTODOS

Neste método, dispara-se um projétil, a partir do repouso ($v_o = 0$), em uma distância reta e igual a (300 ± 5) mm. Ao atingir esta distância, o projétil colide com um anteparo. A aceleração, em m/s^2 , é calculada a partir da fórmula 1 [2]:

$$S = S_o + v_o t + \frac{at^2}{2} \quad (1)$$

Onde S_o é o espaço inicial em m, v_o é a velocidade inicial em m/s, a é a aceleração em m/s^2 , e t é o tempo decorrido em s. Como $S_o = 0$ e $v_o = 0$, a aceleração pode ser obtida a partir da equação 2 [2]:

$$a = \frac{2S}{t^2} \quad (2)$$

A incerteza da aceleração, u_a , em m/s^2 , é calculada a partir da fórmula 3 [3]:

$$u_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial S} u_s\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial t} u_t\right)^2} \quad (3)$$

Onde u_s e u_t são as incertezas do espaço percorrido e do tempo decorrido, em m e em s, respectivamente. Com base na equação 2, obtém-se a equação 4 [3]:

$$u_a = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2} u_s\right)^2 + \left(-\frac{4S}{t^3} u_t\right)^2} \quad (4)$$

A velocidade final do projétil, v , em m/s, é calculada através da equação 5 [2]:

$$v = at \quad (5)$$

A incerteza da velocidade, u_v , em m/s, é calculada através da equação 6 [3]:

$$u_v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial a} u_a\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} u_t\right)^2} = \sqrt{(tu_a)^2 + (au_t)^2} \quad (6)$$

A energia cinética, K , em J, é calculada a partir da equação 7 [2]:

$$K = \frac{mv^2}{2} \quad (7)$$

Onde m é a massa do projétil, em kg. A incerteza u_K , em J, é calculada a partir da equação 8 [3]:

$$u_K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial m}um\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial v}u_v\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{2}um\right)^2 + (mvu_v)^2} \quad (8)$$

Onde u_m , u_v e u_K são as incertezas da massa, da velocidade e da energia cinética, em kg, em m/s e em J, respectivamente.

Com base nas equações 7 e 8, a energia cinética final, em J, é declarada de acordo com a equação 9:

$$K_f = K \pm u_K \quad (9)$$

No método baseado em um movimento oblíquo, o projétil é lançado com ângulo de disparo θ em relação à horizontal. Após o seu lançamento, é medido o alcance, em m, do projétil. A velocidade final do projétil é medida através da fórmula 10 [2]:

$$A = \frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g} \quad (10)$$

Onde v_o é a velocidade inicial do projétil, em m/s, θ é o ângulo de disparo com a horizontal, em graus, g é a aceleração da gravidade no local, em m/s² e A é o alcance, em m. Considera-se que a velocidade final do projétil, v , é igual à velocidade inicial, em virtude do alcance ser medido no mesmo nível horizontal. São realizados cinco lançamentos oblíquos, sendo medidos os alcances de A_1 a A_5 . A partir da equação 10:

$$v = v_o = \sqrt{\frac{gA}{\sin 2\theta}} \quad (11)$$

A incerteza da velocidade é dada pela equação 12 [3]:

$$u_v = \sqrt{\frac{\partial v}{\partial g}u_g + \frac{\partial v}{\partial A}u_A + \frac{\partial v}{\partial \theta}u_\theta} \quad (12)$$

Onde os coeficientes de sensibilidade são obtidos a partir das equações de 13 a 15, respectivamente:

$$\frac{\partial v}{\partial g} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{A}{g \sin 2\theta}} \quad (13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial A} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{A \sin 2\theta}} \quad (14)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} = -\sqrt{\frac{gA}{(\sin 2\theta)^3}} \cos 2\theta \quad (15)$$

A energia cinética, K , em J, é calculada a partir das equações 7 e 8 [2], respectivamente, repetidas aqui por conveniência, sendo declarada, em J, de acordo com a equação 18:

$$K = \frac{mv^2}{2} \quad (16)$$

$$u_K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial m}um\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial v}u_v\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{2}um\right)^2 + (mvu_v)^2} \quad (17)$$

$$K_f = K \pm u_K \quad (18)$$

4. RESULTADOS

No método de determinação da energia cinética final, baseado na medição de tempo utilizando-se 01 (um) cronômetro digital conectado a 03 (três) sensores fotoelétricos, realizou-se 05 (cinco) tomadas de tempo, para um percurso igual a (300 ± 5) mm, obtendo-se os valores mostrados na tabela 1:

Tabela 1. Leituras do tempo decorrido, obtidas a partir de um cronômetro digital com três casas decimais

Leituras (n)	1	2	3	4	5
Tempo medido (s)	0,070	0,067	0,070	0,066	0,069

A média das leituras de tempo é obtida de acordo com a equação 19, para $n=5$:

$$t_m = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n t_k = 0,0684 \text{ s} \quad (19)$$

O desvio padrão das leituras de tempo é obtido de acordo com a equação 20:

$$s(t_m) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - t_m)^2} = 0,00182 \text{ s} \quad (20)$$

A incerteza tipo A, obtida através do desvio padrão da média, $s(t_m)$, é dada através da equação 21:

$$u_A(t) = \frac{s(t_m)}{\sqrt{n}} = 0,0008 \text{ s} \quad (21)$$

A incerteza tipo B é obtida a partir da incerteza declarada no certificado de calibração do equipamento, o qual declara $k = 2,43$ e da incerteza de sua resolução, $\pm 1/2$ divisão, considerando distribuição retangular, conforme as equações 22 e 23, respectivamente.

$$u_{cal}(t) = \frac{\text{incerteza da faixa}}{k \text{ declarado}} = \frac{0,007}{2,43} = 0,0029 \text{ s} \quad (22)$$

$$u_{res}(t) = \frac{\pm 1/2 \text{ divisão}}{\sqrt{3}} = \frac{0,0005}{\sqrt{3}} = 0,00029 \text{ s} \quad (23)$$

A incerteza tipo B é obtida a partir da equação 24:

$$u_B(t) = \sqrt{u_{cal}^2(t) + u_{res}^2(t)} = 0,0029 \text{ s} \quad (24)$$

A incerteza combinada é obtida a partir da equação 25:

$$u_C(t) = \sqrt{u_A^2(t) + u_B^2(t)} = 0,003 \text{ s} \quad (25)$$

Em virtude da incerteza tipo A ter sido obtida com cinco repetições, o grau de liberdade efetivo é obtido a partir da equação 26:

$$v_{eff} = \frac{u_C^4(t)}{\sum_{i=1}^3 \frac{u_i^4(t)}{v_i}} \quad (26)$$

Onde:

$$u_1(t) = u_A(t) = 0,0008 \text{ s} \quad (27)$$

$$u_2(t) = u_{cal}(t) = 0,0029 \text{ s} \quad (28)$$

$$u_3(t) = u_{res}(t) = 0,00029 \text{ s} \quad (29)$$

$$v_1 = 5 - 1 = 4 \quad (30)$$

$$v_2 = \infty \quad (31)$$

$$v_3 = \infty \quad (32)$$

Substituindo os valores nas equações 25 e 27 a 32 na equação 33, obtém-se:

$$v_{eff} = 49,4398 \quad (33)$$

Para um nível de confiança igual a 95%, o fator de abrangência k é mostrado a partir da equação 34:

$$k = 2,01 \quad (34)$$

A incerteza expandida é obtida a partir da equação 35

$$U_{95\%}(t) = k \cdot u_C(t) = 2,01 \cdot (0,003) = 0,006 \text{ s} \quad (35)$$

Portanto, o tempo medido é declarado conforme a equação 36:

$$t = (0,068 \pm 0,006) \text{ s} \quad (36)$$

Para $S = (0,300 \pm 0,005) \text{ m}$, a aceleração e sua incerteza são calculadas de acordo com a equações 2 e 3, repetidas aqui por conveniência:

$$a = \frac{2S}{t^2} = 129,8 \text{ m/s}^2 \quad (37)$$

$$u_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial S} u_S\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial t} u_t\right)^2} \quad (38)$$

Onde:

$$\frac{\partial a}{\partial S} = \frac{2}{t^2} = 432,53 \text{ s}^{-2} \quad (39)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -\frac{4S}{t^3} = -3816,41 \text{ m/s}^3 \quad (40)$$

$$u_S = 0,005 \text{ m} \quad (41)$$

$$u_t = \frac{0,006}{2,31} = 0,003 \text{ s} \quad (42)$$

Substituindo os valores constantes nas equações de 39 a 42 na equação 44, o valor da aceleração do projétil (suposta constante) é declarado de acordo com a equação 43:

$$a = (129,8 \pm 10,1) \text{ m/s}^2 \quad (43)$$

A velocidade final do projétil ao final do trajeto é obtida a partir das equações 5 e 6, repetidas aqui por conveniência:

$$v = at \quad (44)$$

$$u_v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial a} u_a\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} u_t\right)^2} \quad (45)$$

Onde:

$$\frac{\partial v}{\partial a} = t = 0,068 \text{ s} \quad (46)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a = 129,8 \text{ m/s}^2 \quad (47)$$

$$u_a = 10,1 \text{ m/s}^2 \quad (48)$$

$$u_t = \frac{0,006}{2,31} = 0,003 \text{ s} \quad (49)$$

Substituindo os valores constantes nas equações de 46 a 49 nas equações 44 e 45, o valor da velocidade final do projétil é declarado de acordo com a equação 50:

$$v = (8,8 \pm 0,8) \text{ m/s} \quad (50)$$

Para se calcular a energia cinética final do projétil, é necessário medir sua massa, cujos valores são mostrados na tabela 2:

Tabela 2. Leituras da massa do projétil, obtidas a partir de uma balança analítica com cinco casas decimais.

Leituras (n)	1	2	3	4	5
Massa (kg)	0,00645	0,00645	0,00645	0,00645	0,00645

A média das leituras da massa do projétil é obtida de acordo com a equação 51, para $n=5$:

$$m_m = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n m_k = 0,00645 \text{ kg} \quad (51)$$

O desvio padrão das leituras é obtido de acordo com a equação 52:

$$s(m_m) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (m_i - m_m)^2} = 0 \text{ kg} \quad (52)$$

A incerteza tipo A, obtida através do desvio padrão da média, $s(\overline{m_m})$, é dada através da equação 53:

$$u_A(m) = s(\overline{m_m}) = \frac{s(m_m)}{\sqrt{n}} = 0 \text{ kg} \quad (53)$$

A incerteza tipo B é obtida a partir da incerteza declarada no certificado de calibração do equipamento, o qual declara $k = 2$ e da incerteza de sua resolução, $\pm 1/2$ divisão, considerando distribuição retangular, conforme as equações 54 e 55, respectivamente.

$$u_{cal}(m) = \frac{\text{incerteza faixa}}{k \text{ declarado}} = \frac{0,00005}{2} = 0,000025 \text{ kg} \quad (54)$$

$$u_{res}(m) = \frac{\pm 1/2 \text{ divisão}}{\sqrt{3}} = \frac{0,00001}{\sqrt{3}} = 0,00006 \text{ kg} \quad (55)$$

A incerteza tipo B é obtida a partir da equação 56:

$$u_B(m) = \sqrt{u_{cal}^2(m) + u_{res}^2(m)} = 0,00003 \text{ kg} \quad (56)$$

A incerteza combinada é obtida a partir da equação 57:

$$u_C(m) = \sqrt{u_A^2(m) + u_B^2(m)} = 0,00003 \text{ kg} \quad (57)$$

Em virtude da incerteza tipo A ter sido obtida com cinco repetições, o grau de liberdade efetivo é obtido a partir da equação 58:

$$v_{eff} = \frac{u_C^4(m)}{\sum_{i=1}^3 \frac{u_i^4(m)}{v_i}} \quad (58)$$

Onde:

$$u_1(m) = u_A(m) = 0 \text{ kg} \quad (59)$$

$$u_2(m) = u_{cal}(m) = 0,000025 \text{ kg} \quad (60)$$

$$u_3(m) = u_{res}(m) = 0,00006 \text{ kg} \quad (61)$$

$$v_1 = 5 - 1 = 4 \quad (62)$$

$$v_2 = \infty \quad (63)$$

$$v_3 = \infty \quad (64)$$

Substituindo os valores nas equações 57 e 59 a 64 na equação 58, obtém-se:

$$v_{eff} = \infty \quad (65)$$

Para um nível de confiança igual a 95%, o fator de abrangência k é mostrado a partir da equação 66:

$$k = 2 \quad (66)$$

A incerteza expandida é obtida a partir da equação 67:

$$U_{95\%}(t) = k \cdot u_C(m) = 2 \cdot (0,003) = 0,00006 \text{ kg} \quad (67)$$

Portanto, a massa é declarada conforme a equação 68

$$m = (0,00645 \pm 0,00006) \text{ kg} \quad (68)$$

A energia cinética do projétil ao final do trajeto é obtida a partir das equações 7 e 8, repetidas aqui por conveniência:

$$K = \frac{mv^2}{2} = 0,25 \text{ J} \quad (69)$$

$$u_K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial m} u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial v} u_v\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{2} u_m\right)^2 + (mv u_v)^2} \quad (70)$$

Onde:

$$\frac{\partial K}{\partial m} = \frac{v^2}{2} = 38,93 \text{ m}^2 / \text{s}^2 \quad (71)$$

$$\frac{\partial K}{\partial v} = mv = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s} \quad (72)$$

$$u_m = \frac{0,00006}{2} = 0,00003 \text{ kg} \quad (73)$$

$$u_v = 0,8 \text{ m} / \text{s} \quad (74)$$

Substituindo os valores constantes nas equações de 71 a 74 na equação 70, o valor da energia cinética final do projétil é declarado de acordo com a equação 75:

$$K = (0,25 \pm 0,04) \text{ J} \quad (75)$$

No procedimento onde a energia cinética final é calculada a partir de medições em um movimento oblíquo, mediu-se os seguintes alcances, em m, mostrados na tabela 3, considerando um ângulo de disparo θ , medido com o auxílio de um goniômetro, conforme equação 76.

$$\theta = (75,0 \pm 0,1)^\circ \quad (76)$$

Para se calcular a energia cinética final do projétil, é necessário medir seu alcance, cujos valores são mostrados na tabela 3:

Tabela 3. Leituras do alcance do projétil, obtidas a partir de uma escala metálica de resolução 0,5 mm.

Leituras (n)	1	2	3	4	5
Alcance (mm)	1005,0	995,0	740,0	970,0	778,0

A média das leituras da massa do projétil é obtida de acordo com a equação 77, para $n=5$:

$$A_m = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^5 A_n = 897,6 \text{ mm} \quad (77)$$

O desvio padrão das leituras é obtido de acordo com a equação 78:

$$s(A_m) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (A_i - A_m)^2} = 127,9 \text{ mm} \quad (78)$$

A incerteza tipo A, obtida através do desvio padrão da média, $s(\overline{A_m})$, é dada através da equação 79:

$$u_A(A) = s(\overline{A_m}) = \frac{s(A_m)}{\sqrt{n}} = 57,2 \text{ mm} \quad (79)$$

A incerteza tipo B é obtida a partir da incerteza declarada no certificado de calibração do equipamento, o qual declara $k = 2$ e da incerteza de sua resolução, $\pm 1/2$ divisão, considerando distribuição retangular, conforme as equações 80 e 81, respectivamente.

$$u_{cal}(A) = \frac{\text{incerteza faixa}}{k \text{ declarado}} = \frac{0,02}{2} = 0,01 \text{ mm} \quad (80)$$

$$u_{res}(A) = \frac{\pm 1/2 \text{ divisão}}{\sqrt{3}} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,3 \text{ mm} \quad (81)$$

A incerteza tipo B é obtida a partir da equação 82:

$$u_B(A) = \sqrt{u_{cal}^2(A) + u_{res}^2(A)} = 0,3 \text{ mm} \quad (82)$$

A incerteza combinada é obtida a partir da equação 83:

$$u_C(A) = \sqrt{u_A^2(A) + u_B^2(A)} = 57,2 \text{ mm} \quad (83)$$

Em virtude da incerteza tipo A ter sido obtida com cinco repetições, o grau de liberdade efetivo é obtido a partir da equação 84:

$$v_{eff} = \frac{u_C^4(A)}{\sum_{i=1}^3 \frac{u_i^4(A)}{v_i}} \quad (84)$$

Onde:

$$u_1(A) = u_A(A) = 57,2 \text{ mm} \quad (85)$$

$$u_2(A) = u_{cal}(A) = 0,01 \text{ mm} \quad (86)$$

$$u_3(A) = u_{res}(A) = 0,3 \text{ mm} \quad (87)$$

$$v_1 = 5 - 1 = 4 \quad (88)$$

$$v_2 = \infty \quad (89)$$

$$v_3 = \infty \quad (90)$$

Substituindo os valores nas equações 83 e 85 a 90 na equação 84, obtém-se:

$$v_{eff} = 4 \quad (91)$$

Para um nível de confiança igual a 95%, o fator de abrangência k é mostrado a partir da equação 92:

$$k = 2,78 \quad (92)$$

A incerteza expandida é obtida a partir da equação 93

$$U_{95\%}(A) = k \cdot u_C(A) = 2,78 \cdot (57,2) = 159,0 \text{ mm} \quad (93)$$

Portanto, a massa é declarada conforme a equação 94:

$$A = (897,6 \pm 159,0) \text{ mm} = (0,8976 \pm 0,1590) \text{ mm} \quad (94)$$

A aceleração média da gravidade na cidade de Manaus é mostrada de acordo com a equação 95 [4].

$$g = (9,780459 \pm 0,000001) \text{ m/s}^2 \quad (95)$$

A velocidade final do projétil ao final do movimento oblíquo é obtida a partir das equações 11 e 12, repetidas aqui por conveniência:

$$v = \sqrt{\frac{gA}{\sin 2\theta}} = 4,2 \text{ m/s} \quad (96)$$

$$u_v = \sqrt{\frac{\partial v}{\partial g} u_g + \frac{\partial v}{\partial A} u_A + \frac{\partial v}{\partial \theta} u_\theta} \quad (97)$$

Onde:

$$\frac{\partial v}{\partial g} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{A}{g \sin 2\theta}} = 0,2 \text{ s} \quad (98)$$

$$\frac{\partial v}{\partial A} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{A \sin 2\theta}} = 2,3 \text{ s}^{-1} \quad (99)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} = -\sqrt{\frac{gA}{(\sin 2\theta)^3}} \cos 2\theta = 7,3 \text{ m/s} \quad (100)$$

Substituindo os valores constantes nas equações de 96 e nas equações de 98 a 100, o valor da velocidade final do projétil é declarado de acordo com a equação 101:

$$v = (4,2 \pm 0,7) \text{ m/s} \quad (101)$$

A energia cinética do projétil ao final do trajeto é obtida a partir das equações 7 e 8, repetidas aqui por conveniência:

$$K = \frac{mv^2}{2} = 0,06 \text{ J} \quad (102)$$

$$u_K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial m} u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial v} u_v\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{2} u_m\right)^2 + (mv u_v)^2} \quad (103)$$

Onde:

$$\frac{\partial K}{\partial m} = \frac{v^2}{2} = 8,8 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (104)$$

$$\frac{\partial K}{\partial v} = mv = 0,03 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad (105)$$

$$u_m = \frac{0,00006}{2} = 0,00003 \text{ kg} \quad (106)$$

$$u_v = 0,8 \text{ m/s} \quad (107)$$

Substituindo os valores constantes nas equações 102 e 104 a 107 na equação 103, o valor da energia cinética final do projétil é declarado de acordo com a equação 108:

$$K = (0,06 \pm 0,02) \text{ J} \quad (108).$$

5. DISCUSSÃO

A tabela 4 mostra os valores calculados da energia cinética final de um projétil disparado por um brinquedo, antes do referido projétil colidir com um anteparo situado a uma distância de $(300 \pm 5) \text{ mm}$, através dos dois procedimentos citados anteriormente, ou seja, o primeiro método calcula a energia cinética final baseada na medição do tempo em um movimento retilíneo uniformemente uniforme (aceleração constante) e o segundo método calcula a energia cinética final baseada na medição do alcance em um movimento oblíquo.

Tabela 4. Valores calculados da energia cinética em dois métodos diferentes.

Método	K (J)
Movimento retilíneo uniformemente variável	$(0,25 \pm 0,04)$
Movimento oblíquo	$(0,06 \pm 0,02)$

Conforme os resultados mostrados na tabela 4, verifica-se que o primeiro método apresenta incerteza relativa igual a 16% e o segundo método apresenta incerteza relativa igual a 33%. Além do mais, verifica-se que o primeiro método apresenta valor calculado de energia cinética 317% maior que o segundo método ou, equivalentemente, o segundo método possui valor calculado de energia cinética 76% menor que o primeiro.

No primeiro método, considerou-se que a distância percorrida pelo projétil é $(300 \pm 5) \text{ mm}$ é fixa, não se propagando a incerteza devido à medição da distância, o que pode até diminuir a precisão do valor da energia cinética calculada. Neste método, fatores como considerar o movimento retilíneo (ou seja, supondo que o disparo foi feito com trajetória de direção paralela ao plano horizontal, desprezando a descida do projétil) e ausência de forças dissipativas (tais como a resistência do ar, a qual aumenta com o aumento da velocidade) foram considerados. Isto é razoável, em virtude da distância relativamente pequena.

No segundo método, desconsiderou-se a variação do ângulo inicial de disparo (considerado como constante e igual a $(75,0 \pm 0,1)^\circ$). Semelhantemente, desconsiderou-se a influência de forças dissipativas (tais como a resistência do ar). Além do mais, este método é dependente do valor da aceleração da gravidade, cujo resultado é obtido com o auxílio de tabelas, não sendo possível realizar uma medição para obtê-la.

6. CONCLUSÃO

Com base no exposto, pode-se constatar que o método de determinação do valor da energia cinética final, baseado na medição do tempo decorrido de um movimento uniformemente variável apresenta valores mais precisos e mais exatos que o método baseado na medição do valor da energia cinética final, baseado em um movimento oblíquo. Além de ser mais preciso e exato, o primeiro método possibilita determinar um valor menor para a energia cinética de projéteis disparados por brinquedos. Em virtude do considerável desvio existente entre os dois métodos (o primeiro método mostra um valor de energia cinética final 317% maior que o segundo método). No primeiro método, o percurso realizado pelo projétil é sempre o mesmo, diferente do que ocorre para o segundo método, onde constatou-se significativa variância entre os valores de alcance medidos. Em ambos os métodos, forças dissipativas, tais como a força de atrito, foram desconsideradas, o que é razoável admitir para trajetos curtos, tais como 300 mm, definido no primeiro método e para alcances menores que 1000 mm, para segundo método. Tem-se a informar que, no segundo método, houve medição de alcance superior a 1000 mm, para o mesmo ângulo de disparo.

Tais discrepâncias devem ser levadas em conta, pois atualmente há normas que limitam o valor da energia cinética final por unidade de área (J/cm^2), o que pode aprovar certos brinquedos ao se utilizar o segundo método, ao passo que o mesmo brinquedo pode ser reprovado, se considerar o segundo método.

AGRADECIMENTOS

A Fapeam – Fundação de Amparo à Pesquisa no Estado do Amazonas, pelo apoio prestado na participação no VIII Semetro, através do Programa de Apoio à Participação de Eventos Científicos e Tecnológicos – Pape,. À Fundação Centro de Análise, Pesquisa e Inovação Tecnológica (Fucapi) / Departamento de Tecnologia (Detec) / Centro de Laboratórios (Clab) pela disponibilização da infra-estrutura. Ao Inmetro, pelo apoio, orientação e partilha de conhecimentos. Ao Inmetro, pelo apoio, orientação e partilha de conhecimentos. À Finep pelo apoio na aquisição de equipamentos.

REFERÊNCIAS

- [1] Associação Brasileira de Normas Técnicas “Segurança de Brinquedos – Parte 1: Propriedades derais, mecânicas e físicas - ABNT NBR NM 300-1”, Rio de Janeiro-RJ, 2004.
- [2]. Halliday, Resnick, e Walker “Fundamentos de Física - Mecânica”, Vol. 1, 6a edição, Editora Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, Brasil, 1996.
- [3]. Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial; “Guia para a expressão da incerteza de medição”, Rio de Janeiro – RJ, 2002.
- [4] <http://www.banasmetrologia.com.br/imprime.asp?codigo=883>, acessado em Dezembro de 2008.