

Estimação de Frequências de Sinais Digitais Baseada no Paradigma Conexcionista

Alan V. S. Sá¹, Jugurta R. M. Filho², Raimundo C. S. Freire³

¹Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, Campina Grande, PB, Brasil, alanvss@gmail.com

²Universidade Federal de Sergipe - UFS, Aracaju, SE, Brasil, jugurta.montalvao@gmail.com

³Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, Campina Grande, PB, Brasil, rcsfreire@dee.ufcg.edu.br

Abstract: Neste trabalho é proposta a utilização e desenvolvimento de um sistema, baseado no paradigma conexcionista, para a estimação das componentes de frequências de um sinal digital. Os resultados obtidos são comparados com resultados provenientes de outras abordagens objetivando-se assim uma avaliação do método proposto.

Keywords: estimação de frequência, conexionismo, processamento digital de sinais.

1. INTRODUÇÃO

De uma maneira geral, fenômenos produzem sinais que o caracterizam. Seja o sinal elétrico produzido pelos simples bater do coração, durante um eletrocardiograma, ou a variação do grau de agitação das partículas durante um experimento químico, ou o som produzido durante a fala de uma criança, todos esses sinais portam informações sobre o fenômeno que o produziu. Assim, quando uma análise detalhada acerca do fenômeno se faz necessária, é natural que se busque extrair informações a partir dos sinais produzidos [1-3].

Tais informações podem estar contidas em parâmetros do sinal como: amplitude, em que podem-se citar os registros de sinal em um sismograma, cuja amplitude permite inferir a magnitude de um terremoto; fase, em que se pode ilustrar com o princípio de funcionamento de um radar, cuja defasagem entre as ondas emitida e refletida indica a distância da aeronave; frequência, por exemplo o caso das notas produzidas por um instrumento musical. Portanto, a estimação correta desses parâmetros é fundamental para a confiabilidade da informação obtida.

Inserido em um contexto em que as informações estão contidas na frequência do sinal, este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um sistema, baseado no paradigma conexcionista, capaz de estimar componentes de frequências contidas em um sinal digital.

Este paradigma, que se baseia nos aspectos construtivos da neurofisiologia do cérebro animal, caracteriza sistemas em que inúmeras unidades simples do ponto de vista computacional, interagem entre si com o objetivo de realizar uma determinada tarefa ou função de maior complexidade [5].

Outros trabalhos baseados neste paradigma, como por exemplo os que utilizam redes neuronais artificiais têm sido desenvolvidos, entretanto a originalidade deste trabalho reside no modelo de unidade conexcionista adotado, diferindo das estruturas neuronais tradicionalmente adotadas.

Uma das grandes vantagens dessa abordagem é que quando implementada na forma de hardware, as redes conexcionistas são inerentemente tolerante à falhas, isso no sentido de que seu desempenho se degrada suavemente antes de um comprometimento total de sua resposta caso ocorram falhas, ou até mesmo danos irreversíveis, em algumas unidades de processamento, ou simplesmente em suas conexões [4].

Este artigo está estruturado da seguinte forma: Na seção 2 é apresentada a estrutura da rede conexcionista proposta; na seção 3 são apresentadas referências clássicas na estimação de frequências; resultados e discussão são apresentados na seção 4 e finalizando, na seção 5 é apresentada a conclusão.

2. REDE CONEXIONISTA

Um dos principais aspectos a ser considerados no

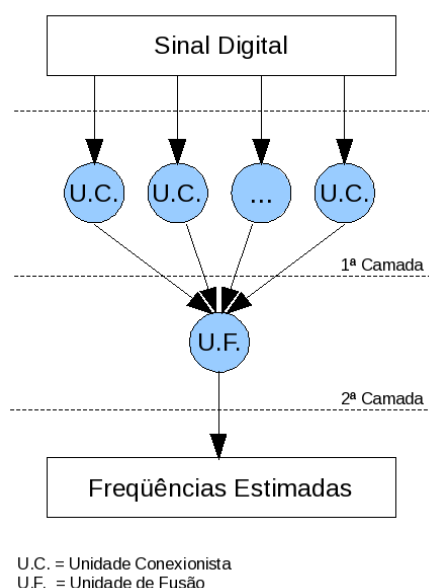


Fig. 1. Estrutura da Rede.

desenvolvimento de uma rede é o padrão de interconexão de suas unidades, que juntamente com a disposição das mesmas definem a topologia da rede. Para este trabalho, é adotada a topologia em estrela, na qual as diversas unidades connexionistas apenas se comunicam com uma unidade de fusão centralizada. Na figura 1, está ilustrada a estrutura da rede. Uma consideração a ser feita é com relação ao sinal digital contido na entrada da rede. Admite-se que este possui N amostras da combinação de p componentes senoidais puras, acrescidas de uma componente ruidosa.

O fluxo de processamento se inicia na 1ª camada da rede, a qual é constituída por inúmeras unidades connexionistas que acessam o sinal sob análise. Cada uma destas unidades atua em uma predeterminada sub-banda à procura de componentes harmônicas presentes. Caso haja, no domínio de uma dessas unidades uma componente, o valor de frequência dessa componente é estimado e repassado à 2ª camada. Essa camada é composta apenas pela unidade de fusão, cuja função é gerar um vetor de saída contendo todos os valores de frequências encontrados pelas unidades da camada anterior.

Nas subseções seguintes são detalhados os aspectos funcionais das unidades connexionistas e da unidade de fusão.

2.1. Unidades Connexionistas

Cada unidade connexionista tem como objetivo identificar se há alguma componente harmônica em uma determinada sub-banda de frequências. Este espaço de busca é limitado pelo intervalo de frequências normalizadas $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ rad/amostras, que são repassados à unidade como parâmetros.

Inicialmente, estes valores de frequência parametrizam uma filtragem do sinal de entrada $x(n)$ que é feita utilizando-se de um filtro IIR de 2ª ordem de maneira a diminuir o efeito do ruído ou de outras componentes não pertencentes à sub-banda em questão.

Uma vez que o sinal filtrado $x_f(n)$ é obtido busca-se verificar a aproximação estabelecida na equação (1):

$$x_f(n) \approx A \cos(\omega_0 n + \phi) \quad (1)$$

Em que:

- $x_f(n)$ é a porção filtrada do sinal $x(n)$;
- A é uma constante real;
- ω rad/amostras é uma frequência normalizada em que $\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}$;
- ϕ radianos é uma fase.

De forma a encontrar um valor para ω , pertencente ao intervalo em questão, que melhor aproxime a equação (1), são selecionados M valores discretos de frequência, definindo-se assim um espaço de busca, que são testados de forma a minimizar o valor de uma função de custo. Esta é

baseada na comparação entre os valores de autocorrelação normalizada do sinal filtrado e cossenos dos valores de frequências candidatas à ω . Essa função de custo está definida na equação (2):

$$J = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |\cos(l \cdot \omega_m) - R_{x_f(n)}(l)|^2 \quad (2)$$

Em que:

- l é o índice de autocorrelação do sinal filtrado;
- ω_m são os valores de frequência pertencentes ao espaço de busca da unidade em que $m = 1, 2, \dots, M$;
- $R_{x_f(n)}(l)$ é a autocorrelação do sinal filtrado.

Uma vez que $x_f(n)$ é limitado a N amostras, tem-se que a sua autocorrelação normalizada é dada pela equação (3).

$$R_{x_f(n)}(l) = \frac{N-l}{N} \sum_{n=l}^{N-1} x_f(n) \cdot x_f(n-l) \quad (3)$$

Uma vez selecionados, de acordo com a equação (4), os valores que minimizam cada uma das parcelas da função de custo, tem-se estimadores da componente de frequência presente na sub-banda. Idealmente, todos esses valores de $\hat{\omega}_e(l)$ deveriam coincidir, entretanto na prática isso não se confirma.

$$\hat{\omega}_e(l) = \min_{\omega_m} |\cos(l \cdot \omega_m) - R_{x_f(n)}(l)|^2 \quad (4)$$

Assim, como forma robusta de estimar a frequência é adotado o uso da mediana, conforme equação (5).

$$\omega_e^i = \text{median} \{ \hat{\omega}_e(1), \hat{\omega}_e(2), \dots, \hat{\omega}_e(L) \} \quad (5)$$

Em que:

- i é o índice da iteração da estimação.

Uma vez estimada a frequência, calcula-se, por meio da equação (2), o valor de J encerrando-se assim um ciclo de operação dessa unidade. Em seguida inicia-se novamente todo esse procedimento descrito, sendo que a parametrização do filtro é feita considerando esse novo valor de frequência estimado ω_e^1 . Após o segundo ciclo um novo valor de frequência será estimado, ω_e^2 bem como um novo valor de J será calculado e então será utilizado para checar se essa nova estimação reduz a distorção em relação à autocorrelação ideal.

Assim é estabelecido um procedimento cíclico de filtragem e estimação. A regra de parada desse processo

pode ser a obtenção de um valor de J abaixo de um determinado limiar, ou mesmo um número fixo de iterações. Após isto os valores de frequência estimada ω_e e da função de custo J são repassados à unidade de fusão.

2.2. Unidade de Fusão

A unidade de fusão recebe os parâmetros ω_e e J de cada uma das unidades conexionistas da 1ª camada e a partir deles estabelece o vetor de saída da rede, contendo as frequências estimadas que formam o sinal de entrada. Seu funcionamento resume-se a avaliar os valores de cada J buscando-se a verificação de inferioridade desse valor em relação a um determinado limiar.

3. ABORDAGENS CLÁSSICAS

Nesta seção são apresentadas duas abordagens clássicas que serviram de referência para a avaliação de desempenho da abordagem proposta. Na subseção 3.1 é descrita a utilização da predição linear para estimação da frequência e a subseção 3.2 é dedicada ao algoritmo MUSIC.

3.1. Predição Linear

A técnica da predição linear direta consiste em obter um valor de $x(n)$ por meio da combinação linear ponderada de valores passados $x(n-1)$, $x(n-2)$, ..., $x(n-p)$. Dessa forma tem-se:

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^p a_p(k)x(n-k) \quad (6)$$

Na equação (6), $a_p(k)$ representa os pesos da combinação linear e são chamados coeficientes de predição. A ordem do preditor é representada no valor da variável p .

Assim considerando um sinal $x(n)$ com N amostras e um preditor de 2ª ordem é possível obter os coeficientes de predição por meio da resolução do sistema da equação (7):

$$\begin{bmatrix} x(1) & x(2) \\ x(2) & x(3) \\ \vdots & \vdots \\ x(N-2) & x(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(3) \\ x(4) \\ \vdots \\ x(N) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Sabe-se que um sinal senoidal pode ser gerado conforme uma equação diferença, equação (8), cujos coeficientes a_1 e a_2 são respectivamente $2\cos(\omega)$ e -1 . Portanto, considerando um sinal senoidal, tem-se que uma maneira relativamente simples de extrair a informação de frequência é resolver o sistema da equação (7), encontrar o coeficiente a_1 e a partir dele extrair o valor de ω .

$$x(n) = a_1x(n-1) + a_2x(n-2) \quad (8)$$

3.2. MUSIC

O algoritmo MUSIC é um método de estimação da frequência baseado no subespaço do ruído. Este método utiliza-se da decomposição da matriz de autocorrelação de um sinal caracterizado por p componentes senoidais acrescidas de ruído branco [3].

Essa decomposição visa separar os autovetores em dois conjuntos. O primeiro deles, dado por $\{v_i, i=1, \dots, p\}$ são os autovetores principais, pertencentes ao subespaço do sinal, enquanto que o segundo conjunto é formado por autovetores ortogonais aos principais, $\{v_k, k=p+1, \dots, M\}$ e são tidos como pertencentes ao subespaço do ruído [3].

Para descrever esse método, parte-se do seguinte cálculo espectral ponderado:

$$P(f) = \sum_{k=p+1}^M \omega_k |s^H(f)v_k|^2 \quad (9)$$

Em que:

- $\{v_k, k=p+1, \dots, M\}$ são os autovetores no sub-espaço do ruído;
- ω_k é um conjunto de pesos positivos;
- $s(f) = [1, e^{j2\pi f}, e^{j4\pi f}, \dots, e^{j2\pi(M-1)f}]^T$;
- $s^H(f)$ é o hermitiano do vetor $s(f)$;

Assim, para qualquer uma das p componentes de frequência do sinal senoidal, ou seja $f = f_i$, em que $i=1, 2, \dots, p$, tem-se que $P(f_i) \cong 0$.

O algoritmo MUSIC consiste no cálculo do inverso de $P(f)$ utilizando o vetor peso ω_k com todos os seus valores iguais a um. O gráfico obtido a partir do inverso de $P(f)$ terá como formato característico picos, tendendo ao infinito, posicionados sobre as componentes de frequências do sinal, dessa forma podemos expressar matematicamente como:

$$P_{MUSIC}(f) = \frac{1}{\sum_{k=p+1}^M |s^H(f)v_k|^2} \quad (10)$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a implementação da rede e execução de testes de avaliação de desempenho foi utilizado o software livre Scilab [6].

A avaliação de desempenho realizada teve como objetivo observar a robustez do método com relação ao ruído. Para isso foi feita uma simulação, na qual, ruído era adicionado a um sinal de uma única componente harmônica, obedecendo a uma determinada SNR e em seguida este sinal

“corrompido” era processado pela rede proposta, a qual estimava uma frequência, e este valor era comparado ao valor da frequência do sinal puro, obtendo-se assim o erro da estimação.

Para um determinado valor da SNR esse procedimento foi realizado diversas vezes e na sequência foi extraído o erro médio de estimação. Nesta mesma situação, de forma a comparar os desempenhos, os sinais foram processados utilizando-se o music e o preditor linear. Os resultados obtidos estão ilustrados na figura 2.

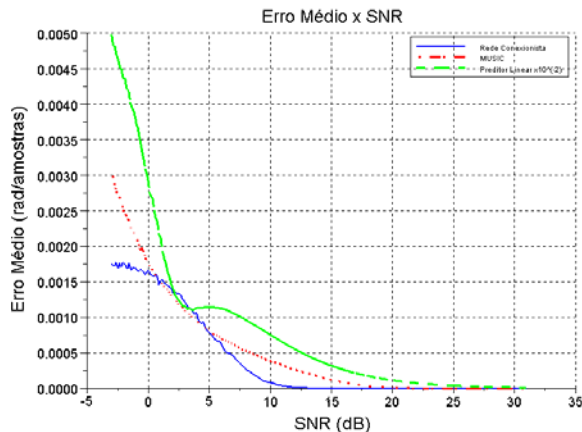


Fig. 2 Avaliação do erro médio com relação ao ruído.

Comparativamente pode-se afirmar que a rede apresentou um bom desempenho. A utilização das unidades connexionistas permite que o erro médio da estimação seja anulado a um determinado valor, da SNR, inferior em relação às outras abordagens. Embora a rede e o MUSIC tenham apresentados resultados bastante próximos, no intervalo de [0,5] dB, valores da SNR, o desempenho da abordagem proposta foi ligeiramente inferior ao da abordagem clássica.

Entretanto, deve-se considerar que na utilização do algoritmo MUSIC, a quantidade de componentes harmônicas presentes no sinal analisado foi previamente indicada, contrapondo-se à abordagem connexionista que elimina essa etapa.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho propõe o desenvolvimento de uma rede connexionista capaz de estimar componentes de frequências contidas em um sinal digital. Por meio dos resultados obtidos pôde-se verificar sua robustez ao ruído e após comparação com outras abordagens pode-se atestar um bom desempenho na estimação.

Na continuação deste trabalho, outros aspectos relacionados ao desempenho serão avaliados, dentre eles a verificação da complexidade computacional.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e ao PPGEE (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - UFCG) pelo apoio financeiro, por meio da concessão de

bolsa e a todos que contribuíram indiretamente para a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] OPPENHEIM, A. V.; WILLSKY, A. S.; HAMID, S.: “Signal and Systems”, 2nd edition, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1999.
- [2] OPPENHEIM, A.V.; SCHAFER, R.W.; BUCK J.R.: “Discrete-Time Signal Processing”, 2nd edition, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1997.
- [3] PROAKIS, J. G.; MANOLAKIS D. G.: “Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications”, 3rd edition, Prentice-Hall, 1995.
- [4] HAYKIN, S.: “Neural Networks: A Comprehensive Foundation”, 2nd edition, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1998.
- [5] MEDLER, D. A.: “A Brief History of Connectionism”, Neural Computing Surveys, 1998.
- [6] <http://www.scilab.org/platform/>, acessado em 12 de Outubro de 2008.