

ESTUDO DE UM MODELO DE QUADRO DE FORÇA USANDO O CÁLCULO DE ESTRUTURA DE PESO MÍNIMO E IGUAL RESISTÊNCIA

Wairy Dias Cardoso¹, Jorge Antônio da Paz Cruz², José Carlos Valente de Oliveira³, Max Suell Dutra⁴

¹ Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial - INMETRO
Av. Nossa Senhora das Graças, 50 - CEP 25250-020 - Xerém – Duque de Caxias - Rio de Janeiro - Brasil
wcardoso@inmetro.gov.br

² Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial - INMETRO
Av. Nossa Senhora das Graças, 50 - CEP 25250-020 - Xerém – Duque de Caxias - Rio de Janeiro – Brasil
jacruz@inmetro.gov.br

³ Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial - INMETRO
Av. Nossa Senhora das Graças, 50 - CEP 25250-020 - Xerém – Duque de Caxias - Rio de Janeiro – Brasil
jcoliveira@inmetro.gov.br

⁴ Programa de Engenharia Mecânica-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro-UFRJ
max@mecanica.coppe.ufrj.br

Resumo: O presente trabalho visa estudar o modelo do quadro de força de uma Máquina de Padronização Primária de Força, considerando o máximo de resistência com um mínimo de peso no conjunto a fim de aperfeiçoar o sistema. Será usado o “cálculo de estrutura de peso mínimo e igual resistência” conjugada com uma liga de titânio (para o quadro de força e eixo das massas) para cobrir a faixa de atuação de 20 N até 2000 N. São inovações tecnológicas tomando-se como referência outros laboratórios no mundo.

Palavras chave: máquina de padronização de força, estrutura de peso mínimo, igual resistência, peso morto, projeto de máquinas, incerteza da medição.

1. INTRODUÇÃO

Máquina de Padronização Primária de Força por peso morto são máquinas que operam através da ação direta das massas no campo gravitacional. A unidade de força é realizada através do princípio de peso-morto, cujas forças são geradas por massas suspensas submetidas ao efeito da aceleração da gravidade local [1] [2].

O estudo do quadro de força passou a ser importante, pois o modelo estudado, terá uma massa que representa uma força inicial de 20N dentro do espectro de avaliação da carga a ser calibrada (20N até 2000N).

.Para isto também contribui o uso de uma liga de titânio.

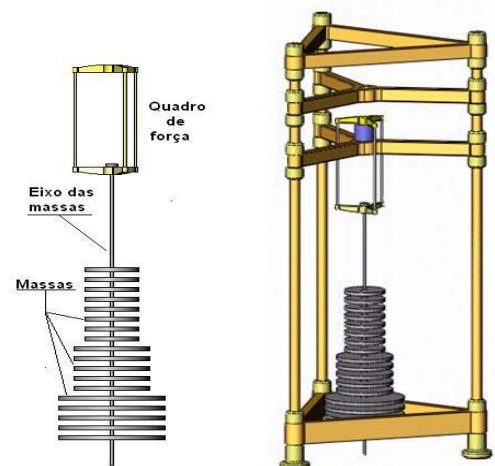


Fig. 1 Estrutura de uma Máquina de Padronização de Força por Peso Morto.

2. OBJETIVO

O estudo desta nova concepção, além de ser uma inovação tecnológica é importante para melhorar as avaliações feitas em Máquinas de Padronização Primária de Força com a utilização do conceito “cálculo de estrutura de peso mínimo e igual resistência” de modo analítico comparando com o método de elementos finitos. É usado como exemplo o estudo do modelo de uma Máquina de Padronização Primária de força de 2000N.

3. METODOLOGIA

Em projeto de máquinas, é importante considerar o máximo de resistência com um mínimo de peso no conjunto, a fim de aperfeiçoar o sistema. O avanço da Tecnologia computacional e da Ciência dos Materiais nos trouxe novas perspectivas. Hoje, existem softwares de Cálculo de Elementos Finitos que simulam o produto final, com grande eficiência. Não se pode prescindir da análise e do desenvolvimento analítico e, sim, usá-los como uma base eficiente para o projeto e o seu posterior refino.

Foi estudado o comportamento do perfil parabólico usando o conceito de estrutura de peso mínimo [1] [2] [3] [4]

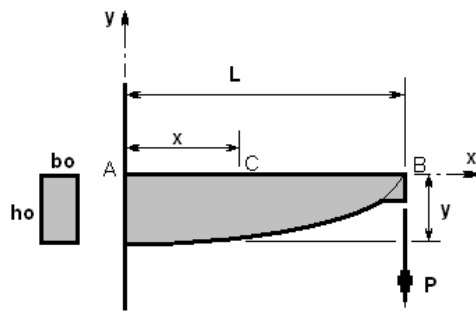


Fig. 2 Dimensionamento de uma viga em balanço, de igual resistência, para resistir a uma força concentrada aplicada na extremidade livre.

Para uma seção transversal C, de abscissa x, o momento fletor M_c é:

$$M_c = P(L - x) \quad (1)$$

Mantendo-se a tensão normal máxima, constante e igual à tensão admissível, a equação de resistência nos dá:

$$M_f = \sigma \frac{I}{z} \quad (2)$$

onde $\frac{I}{z}$ é o módulo de deflexão.

Sendo $I = \frac{bh^3}{12}$, $z = \frac{h}{2}$, para uma seção retangular, em relação ao seu centro geométrico, e substituindo na equação 2, igualando com a equação 1, demonstra-se que:

$$P(L - x) = \sigma_f \frac{bh^2}{6} \quad (3)$$

Na hipótese apresentada, $b = b_0$ (constante) e $h = y$ é a variável. Logo, a equação 3, toma a seguinte forma, onde:

$$h = \sqrt{\frac{6P(L - x)}{\sigma_f b_0}} \quad (4)$$

Em relação aos eixos da figura 2, a equação 4 determina uma parábola em função de seu carregamento.

Num caso particular, para $x = 0$, obtém-se o valor de h_0 , no engastamento:

$$h_0 = \sqrt{\frac{6PL}{\sigma_f b_0}} \quad (5)$$

Dividindo a equação 5 pela equação 4, será obtida a equação que fornecerá o perfil parabólico da seção pretendida:

$$h = h_0 \sqrt{1 - \frac{x}{L}} \quad (6)$$

A linha elástica da viga de resistência uniforme (fig. 2) é representada pela curva, na qual se transforma o eixo da viga, inicialmente reto. O deslocamento y é a deflexão da viga (fig. 3), correspondente à seção que dista do apoio da esquerda.

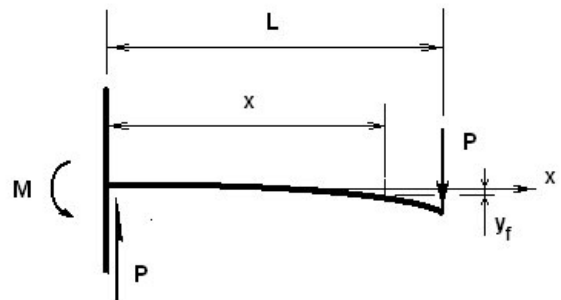


Fig.3 Representação da linha elástica da viga.

A equação diferencial da linha elástica se escreve:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = P(L - x) \quad (7)$$

Em relação aos momentos de inércia de uma seção retangular, pode-se escrever a seguinte relação:

$$I = \frac{b_0 h^3}{12} \quad (8)$$

donde obtém-se:

$$I_0 = \frac{b_0 h_0^3}{12} \quad (9)$$

Dividindo-se a equação 8 pela equação 9, obtém-se a relação:

$$I = I_0 \left(1 - \frac{x}{L} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (10)$$

Substituindo a equação 10 na equação 7, demonstra-se que:

$$EI_0 \frac{d^2 y}{dx^2} = PL^{\frac{3}{2}} (L - x)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

Integrando a equação 5.16, escreve-se:

$$y_f = f = \frac{1}{EI_0} \left[\frac{4}{3} PL^{\frac{3}{2}} (L - x)^{\frac{3}{2}} + 2PL^2 x - \frac{4}{3} PL^3 \right] \quad (12)$$

A deflexão máxima será quando $x = L$. Substituindo-se o momento de inércia ($I_0 = \frac{b_0 h_0^3}{12}$) na equação 5.23, tem-se o valor da deflexão máxima:

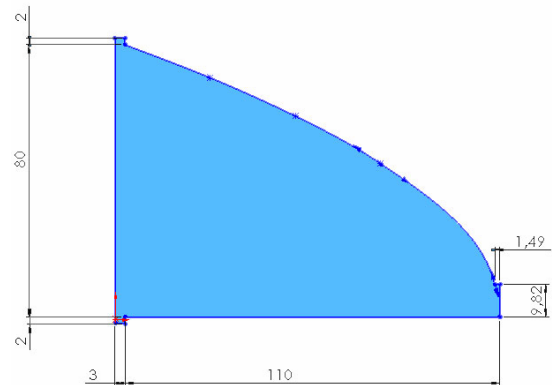
$$f_{\max} = \frac{8PL^3}{Eb_0 h_0^3} \quad (13)$$

onde:

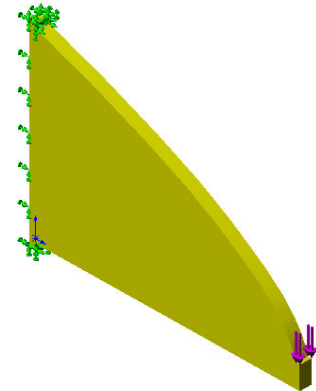
f_{\max} = deflexão máxima da viga;
 P = força aplicada no extremo da viga;
 L = comprimento da viga;
 E = módulo de elasticidade do material;
 b_0 = largura da base do perfil retangular;
 h_0 = comprimento do perfil retangular.

Em nossa aplicação, estudaremos a deflexão máxima de uma aba (fig. 4), das três existentes no quadro de força,

como uma viga engastada, com uma força hipotética de 750 N aplicada em sua extremidade. Utilizando-se a equação 13 e utilizando-se um fator de segurança ($f_s = 1,5$). A carga a ser considerada será $750 \text{ N} \cdot 1,5 = 1125 \text{ N}$. [1] [6][7]



a)



b)

Fig. 4 Estudo do Perfil parabólico: a) dimensões da aba;b) restrição ao movimento e aplicação da força na extremidade.

Ao se determinar a deflexão máxima (flecha) através da equação 13, usamos as seguintes grandezas:

Força (P)	1125	N
Comprimento (L)	0,11	m
Módulo (E)	1,23E+11	N/m ²
Base (b ₀)	0,005	m
Altura (h ₀)	0,08	m

Com estes valores obtém-se o seguinte resultado para a deflexão máxima:

$$f_{\max} = 3,804 \text{E-}05 \text{ m}$$

Para determinar a incerteza deste modelo usa-se a equação 13, onde o mensurando será a deflexão f . Serão utilizados os dados de obtidos na planilha do software Excel que foi executado para este modelo. [1] [8] [9]

Os dados são apresentados a seguir:

Mensurando (f) 3,804E-05 m

Grandezas de Entrada

Força (P)	1125	N
Comprimento	0,11	m
Módulo	1,23E+11	N/m ²
Base	0,005	m
Altura	0,08	m

Fontes de Incerteza

Força (P)	Estimada	1	N
Comprimento	Estimada	0,001	m
Modulo	Estimada	1,00E+09	N/m ²
Base	Estimada	1,00E-03	m
Altura	Estimada	1,00E-02	m

Incerezas das Fontes

Força (P)		
uP	0,5773503	N
Comprimento		
uL	0,0005774	m
Modulo		
u E	5,77E+08	N/m ²
Base		
ub	5,77E-04	m
Altura		
uh	5,77E-03	m

Coef. de Sensibilidade

ci P	3,38E-08	m/N
ciL	6,92E-04	-
ciE	3,09E-16	m ³ /N
cib	7,61E-03	-
cih	1,43E-03	-

Componentes Incerteza

u f (P)	1,95E-08	m
u f (L)	3,99E-07	m
u f (E)	1,79E-07	m
u f (b)	4,39E-06	m
u f (h)	8,24E-06	m

Incerteza Combinada

uc(f)	9,345E-06	m
-------	-----------	---

4. RESULTADOS

Através do estudo do modelo fazem-se as simulações necessárias com o software Cosmosworks de Análise de Elementos Finitos e comparam-se os resultados do conjunto formado pelo perfil parabólico e perfil triangular (fig. 5).

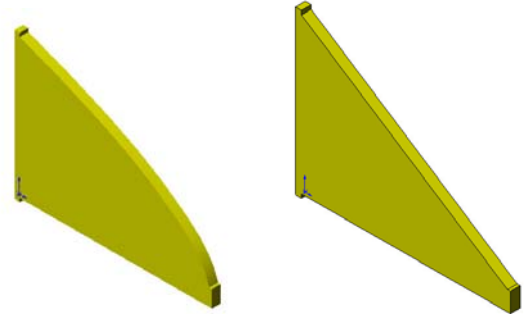


Fig. 5 Representação do conjunto formado pelo perfil parabólico e perfil triangular.

Utilizando a mesma ferramenta para calcular a deflexão máxima para o perfil parabólico observado na figura 6, compara-se o resultado com o perfil triangular na figura 7

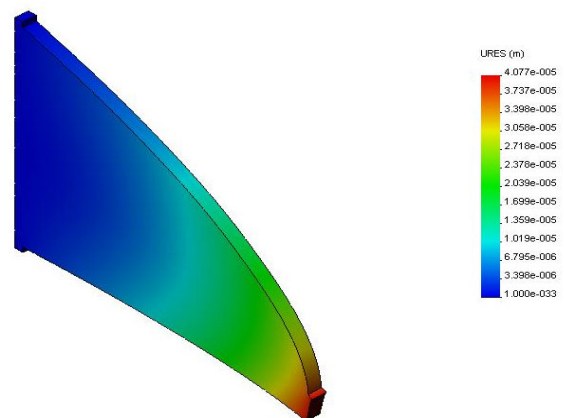


Fig. 6 Deflexão máxima no Perfil Parabólico

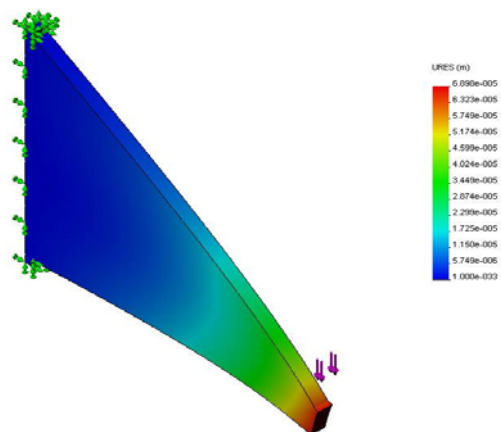


Fig. 7 Deflexão máxima no Perfil Triangular

O resultado da avaliação estrutural das abas pode ser avaliado pela tabela 1, onde podemos notar que no perfil parabólico, em relação ao triangular, a deflexão é menor e, a tensão de Von Mises é maior.

Logo, para a aplicação sugerida, o perfil parabólico nos traz melhores resultados ratificando então o melhor comportamento do perfil parabólico através do cálculo de estrutura de peso mínimo.

Tabela 1 Comparação entre o perfil parabólico e o triangular.

	Deflexão máxima (m)	Massa (kg)	Tensão (N/m ²)
Perfil parabólico	$4,077 \cdot 10^{-5}$	0,1428	$1,367 \cdot 10^8$
Perfil triangular	$6,898 \cdot 10^{-5}$	0,1166	$1,304 \cdot 10^8$

Comprovado, que o cálculo das abas nos dá uma estrutura mais leve com boa resistência, aplicamos o conceito no quadro de força com o software apresentado, obtendo um resultado satisfatório.

Através do estudo do modelo de uma Máquina de Padronização Primária de Força de 2 kN faz-se as simulações necessárias.

Comprovado que o cálculo nos dava uma estrutura mais leve com boa resistência, aplicamos o conceito no quadro de força com o software apresentado, obtendo um resultado satisfatório.

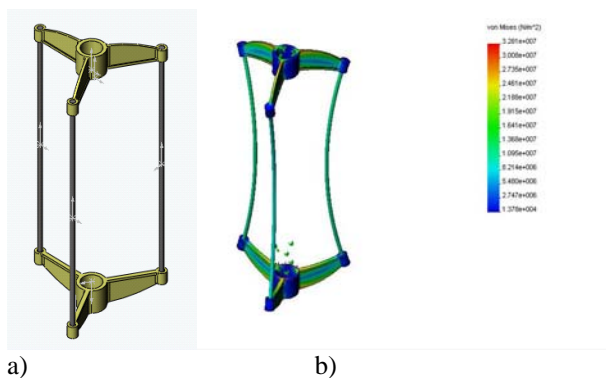


Fig. 8 Quadro de força com perfil parabólico (a) e sua representação com o resultado de tensão de Von Mises (b).

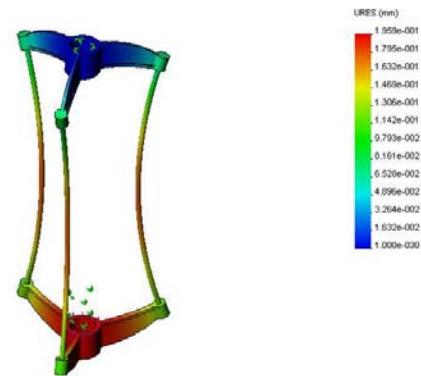


Fig.9 Quadro de força com o valor da deformação

A liga de titânio além de tornar o quadro de aplicação de força mais leve, torna-o mais resistente que o aço comum. A massa obtida no Cosmoworks com este modelo do quadro de força, (fig.8a) foi de ~1,9 kg o que é o esperado, porque com este valor , o quadro de força será designado como a força inicial de 20 N. Depois dos ajustes necessários em relação à massa, o quadro de força é dimensionado para permitir que sejam efetuadas as diversas calibrações até o valor de 2000N, [1] [2] [4] [5][7].

5. DISCUSSÃO

Inicialmente, ao se realizar o estudo analítico do perfil parabólico levando em conta o uso de uma liga de titânio, desenvolvemos uma orientação Física e Matemática para o problema depois, simulamos o problema através do software Cosmoworks obtendo resultados satisfatórios, comprovando que o perfil parabólico, estruturalmente é mais vantajoso que o perfil triangular.

Dimensionando o perfil parabólico com o Método de Elementos Finitos (MEF), constata-se que, na figura, o valor da deformação, que foi calculado, está entre os valores máximos de deflexão $f = 4,077 \cdot 10^{-5}$ m e $f = 3,737 \cdot 10^{-5}$ m e o valor analítico foi $f_{\max} = 3,804 \cdot 10^{-5}$ m logo, constata-se que o valor analítico está correto.

O estudo da incerteza traz confiabilidade aos resultados finais dando ênfase a um novo conceito que serve para o aprofundamento das pesquisas referente as máquinas de padronização primária de força.

Com a estimação das incertezas - padrão das fontes de entrada do mensurando e os seus coeficientes de sensibilidade calculados , cada respectiva componente de incerteza na unidade do mensurando pode ser avaliada, no estudo do modelo (fig.9). Devido ao estudo do perfil parabólico, as componentes de incerteza que mais devem ser levadas em conta no estudo do modelo, são a altura “h” e a base “b” do perfil da aba.

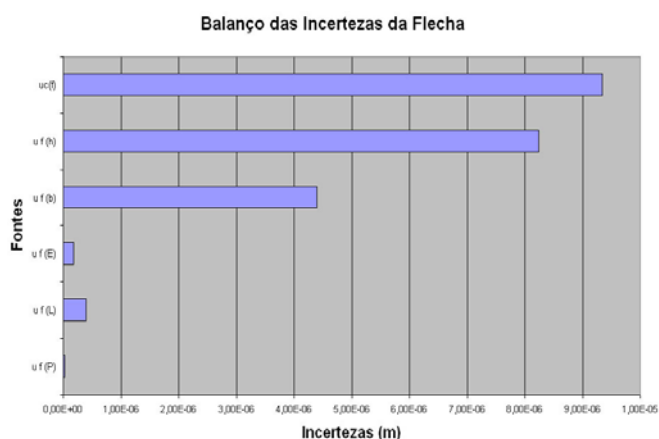


Fig.10 Balanço das incertezas da flecha

Ao se usar o software Cosmoworks, para determinar o comportamento do quadro de aplicação de força (fig. 8a), dentro do conceito dos métodos de elementos finitos (MEF) destacam-se a tensão de Von Mises (fig. 8b) e a deflexão do quadro de força, (fig. 9), em função do carregamento.

Na avaliação do estudo do modelo do quadro de força (fig.8b), percebe-se, que o modelo está dentro das perspectivas do projeto, não apresentando nenhuma região crítica no valor da tensão de Von Mises. Com pequenos ajustes, chega-se ao modelo ideal.

Para a análise da deflexão, de acordo com a figura 9, o valor máximo está em torno de 0,2 mm, sugerindo, portanto uma pequena correção do modelo na parte inferior onde estará fixado o eixo das massas.

6. CONCLUSÕES

Em uma época que o desenvolvimento da tecnologia da informação nos traz novos desafios são importantes o relacionamento do tratamento analítico com o poder da computação para aumentar a eficiência dos trabalhos científicos. Não se pode simplesmente delegar ao computador e sua capacidade de operação, a resolução dos problemas e sim, refinar o seu uso com o entrosamento da teoria.

Com este pequeno exemplo que é o estudo em questão, podemos criar um software indo do local ao geral racionalizando e aprimorando o uso da tecnologia moderna.

Ao se usar “cálculo de estrutura de peso mínimo e igual resistência” conjugada com uma liga de titânio para o quadro de força, o resultado trouxe mais eficiência ao sistema de Máquina de Padronização Primária de Força, por Peso Morto.

O resultado foi considerado satisfatório comparando-se a outros projetos de quadro de força, instalado em outras Máquinas de Padronização Primária de Força dos Institutos Nacionais de Metrologia.

É uma inovação tecnológica.

REFERÊNCIAS

- [1] Cardoso, W. D., *Modelagem de uma Máquina de Padronização de Força por Peso Morto considerando o efeito de Coriolis*, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.
- [2] A. Bray Ray, G. Barbato and R. Levi: *Theory and practice of force measurement*, London, Academic Press Limited, 1990
- [3] Professeur J.-Ph. Ansermet, *La Mécanique Rationnelle*, Institut de Physique des Nanostructures, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, PHB-Ecublens, 1015 Lausanne, 2005
- [4] David Roylance *Stresses in Beams*, Department of Materials Science and Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2000
- [5] Pierre Ladevkze and James Simmonds, *New concepts for linear beam theory with arbitrary eometry and loading*, 1999
- [6] Shaohua Chen, Tzuchiang Wang *Strain gradient theory with couple stress for crystalline solids*, LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080, China, 2001
- [7] Cardoso, W.D. *Determinação de um novo método para medir a força em uma máquina de padronização de força por peso morto*, 1 Cimtec, outubro de 2008, Rio de Janeiro, Brasil.
- [8] ISO GUM 95, *Guia para a Expressão da Incerteza de Medição*, 3ª edição brasileira em língua portuguesa, ABNT, INMETRO, Rio de Janeiro, 2003.
- [9] *Avaliação do impacto da incerteza da força de Coriolis em uma máquina de padronização primária de força por peso morto*, 1 Cimtec, outubro de 2008, Rio de Janeiro, Brasil.